

Ein Fadenpendel der Länge ℓ schwingt harmonisch mit einer Amplitude von 12 cm und einer Periodendauer von 2,0 s

1. Fertigen Sie einen Kräfteplan mit allen angreifenden Kräften und ihrer Resultierenden an. [3]
2. Zeigen Sie durch allgemeine Rechnung, dass für die Richtgröße des Pendels gilt: $D = mg\ell^{-1}$. [5]
3. Berechnen Sie die Länge ℓ des Pendels, sowie den Winkel φ der maximalen Auslenkung. [7]
(Zur Kontrolle: $\ell \approx 1$ m)
4. Berechnen Sie, bei welchen Elongationen die kinetische Energie doppelt so groß wie die potentielle Energie der Schwingung ist. [6]

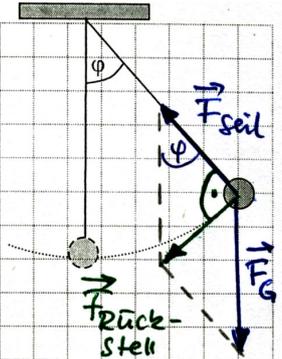
$$2. \sin(\varphi) = \frac{F_{\text{rück}}}{F_G} \Leftrightarrow F_{\text{rück}} = mg \sin(\varphi)$$

Für kleine Winkel φ : $\sin(\varphi) \approx \varphi$

$$F_{\text{rück}} = mg \varphi \quad ; \quad \varphi = \frac{s}{\ell} ;$$

$$F_{\text{rück}} = mg \cdot \frac{s}{\ell} \quad ; \quad \text{Mit Berücksicht. d. v.z.}$$

$$F_{\text{rück}} = - \frac{mg}{\ell} \cdot s = -Ds \quad \text{und} \quad \underline{D = \frac{mg}{\ell}}$$



$$3. T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{mg\ell^{-1}}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \Leftrightarrow \frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{\ell}{g} \Leftrightarrow \ell = \frac{T^2 \cdot g}{4\pi^2}$$

$$\ell = \frac{(2,0\text{s})^2 \cdot 9,81\text{ m/s}^2}{4\pi^2} \Rightarrow \underline{\ell = 0,99\text{ m}}$$

$$\varphi = \frac{A}{\ell} = \frac{0,12\text{ m}}{0,99\text{ m}} = 0,12 \text{ [rad]} = 0,12 \cdot \frac{360^\circ}{2\pi} \Rightarrow \underline{\varphi = 6,9 \text{ [rad]}}$$

$$4. E_{\text{kin}} = 2 E_{\text{pot}} \quad \text{und} \quad E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = E_{\text{ges}}$$

$$2 E_{\text{pot}} + E_{\text{pot}} = E_{\text{ges}} \Leftrightarrow 3 E_{\text{pot}} = E_{\text{ges}} \Leftrightarrow E_{\text{pot}}(s) = \frac{1}{3} E_{\text{ges}}$$

$$\text{Also: } \frac{1}{2} D s^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} D A^2$$

$$\Rightarrow s^2 = \frac{1}{3} A^2 \quad \Rightarrow s_{1/2} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} A$$

$$s_{1/2} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 12\text{ cm} \quad \Rightarrow s_{1/2} = \pm 4\sqrt{3}\text{ cm}$$

$$\underline{s_{1/2} = \pm 6,9\text{ cm}}$$